Flegel/Birnstiel/Nerreter, Elektrotechnik für Maschinenbau und Mechatronik
Carl Hanser Verlag München

6 Wechselstrom-Schaltungen

Aufgabe 6.1
Durch ein Grundeintor C = 0,47 µF an der Sinusspannung U = 42 V fließt ein Sinusstrom mit dem Effektivwert 18,6 mA. Welche Frequenz haben die Sinusgrößen?

Aufgabe 6.2
Ein Grundeintor R, ein Grundeintor L und ein Grundeintor C werden abwechselnd an einer Sinusspannung mit dem Effektivwert 100 V betrieben. Dabei fließt jeweils der Strom I = 16,2 mA. Welchen Wirk- und welchen Blindwiderstand hat jedes Eintor?

Aufgabe 6.3
Ein Grundeintor C = 1,5 µF liegt an einer Sinusspannung 150 V mit dem Nullphasenwinkel 30°. Welchen Effektivwert und welchen Nullphasenwinkel hat der Strom bei der Frequenz 400 Hz?

Aufgabe 6.4
Ein Grundeintor L soll beim Strom 1,5 A die Blindleistung 80 var haben. Welche Induktivität muss bei der Frequenz 50 Hz vorliegen?

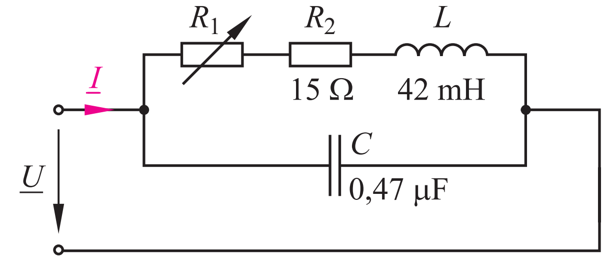
Aufgabe 6.5
Ein Grundeintor C mit dem Blindleitwert 2,7 mS liegt an der Sinusspannung 20 V. Welchen Effektivwert hat der Strom?

Aufgabe 6.6
Ein induktiv wirkendes Eintor nimmt an der Sinusspannung 230 V die Wirkleistung 760 W auf, wobei der Strom 3,8 A fließt. Berechnen Sie den Phasenverschiebungswinkel sowie die Blindleistung und die Scheinleistung. Welchen Scheinwiderstand hat das Eintor?

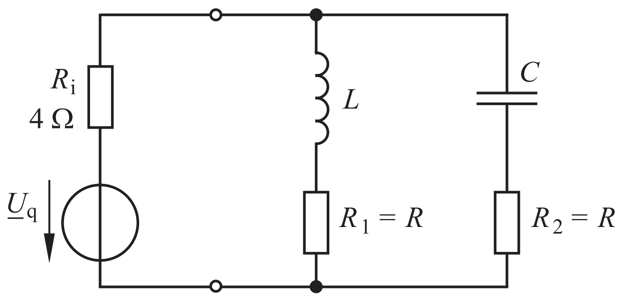
Aufgabe 6.7
Welcher Blindwiderstand muss zu dem Grundeintor R = 150 Ω in Reihe geschaltet werden, damit der komplexe Widerstand des Ersatzeintors den Winkel 32° aufweist? Welchen Scheinwiderstand hat dieses Ersatzeintor?

Aufgabe 6.8
Ein Grundeintor C = 10 µF und ein Grundeintor R mit dem Leitwert 11,3 µS liegen in Parallelschaltung an der Sinusspannung 230 V (f = 50 Hz). Berechnen Sie die Ströme, die durch die Eintore fließen, den Gesamtstrom $\underline{I}$ und den Phasenverschiebungswinkel der Spannung gegen den Strom $\underline{I}$ sowie die Wirk-, Blind- und Scheinleistung der Parallelschaltung.

Aufgabe 6.9
Die Schaltung liegt an Sinusspannung 800 Hz. Auf welchen Wert R_1 muss das Potentiometer eingestellt werden, damit Resonanz vorliegt? Welchen Widerstand hat dabei die gesamte Schaltung?



Aufgabe 6.10
Die Lautsprecherbox besteht aus einem Tiefton-, einem Hochtonlautsprecher und einer Frequenzweiche mit den Grundeintoren L und C. Jeder Lautsprecher hat den Widerstand $R = R_1 = R_2$.

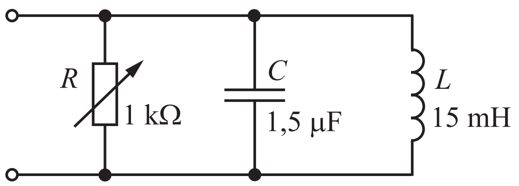


1) Berechnen Sie den Leitwert $\underline{Y}_L$ und den Widerstand $\underline{Z}_L$ der Lautsprecherbox.

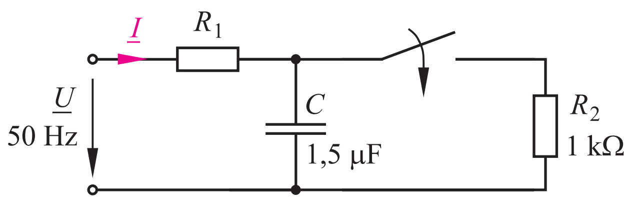
2) Welche Bedingung muss der Widerstand R erfüllen, damit Z_L für sämtliche Frequenzen ein Wirkwiderstand ist? Dimensionieren Sie diesen Widerstand R so, dass bei sämtlichen Frequenzen Anpassung vorliegt.

3) Bei der Übernahmefrequenz ist die Wirkleistung in R_1 gleich der Wirkleistung in R_2. Berechnen Sie die Grundeintore L und C für die Übernahmefrequenz 320 Hz.

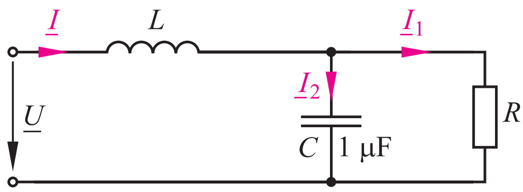
Aufgabe 6.11
Die Schaltung liegt an Sinusspannung mit der Frequenz 1 kHz. Auf welchen Wert muss der Widerstand R eingestellt werden, damit der komplexe Widerstand zwischen den Klemmen den Winkel 45° aufweist?



Aufgabe 6.12
In der Schaltung, die an Sinusspannung liegt, soll der Strom sowohl bei geöffnetem als auch bei geschlossenem Schalter denselben Effektivwert I haben. Wie muss der Widerstand R_1 bemessen sein?

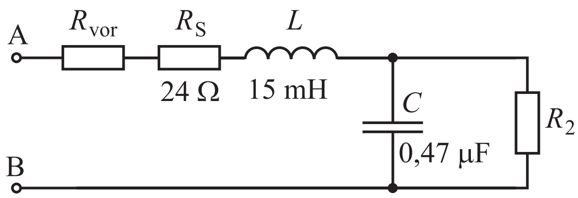


Aufgabe 6.13
Mit der BOUCHEROT-Schaltung (Paul Boucherot, 1869 – 1943) kann man durch geeignete Dimensionierung von L und C erreichen, dass der Effektivwert I_1 des Stromes $\underline{I}_1$ vom Widerstand R unabhängig ist. Unter welcher Bedingung ist der Effektivwert I_1 konstant? Dimensionieren Sie L für die Frequenz 400 Hz.



Aufgabe 6.14
Eine Glühlampe 125 V; 15 W soll in Reihe mit einem Kondensator, der näherungsweise als Grundeintor C angesehen werden kann, an der Spannung 230 V bei 50 Hz im Nennbetrieb arbeiten. Welche Kapazität und welche Bemessungsspannung muss der Kondensator haben?

Aufgabe 6.15
Eine Spule, die als Reihenschaltung von zwei Grundeintoren R_S und L angesehen werden kann, ist mit einem Grundeintor C und den Widerständen R_{vor} und R_2 beschaltet. Dimensionieren Sie R_{vor} und R_2 so, dass das Eintor zwischen den Klemmen A und B bei der Frequenz 1 kHz den reellen Widerstand 1,5 kΩ aufweist.



Aufgabe 6.16
Ein Drehstromverbraucher mit drei Widerständen $\underline{Z} = 132\ \Omega \angle 18^\circ$ ist in Sternschaltung an das 400-V-Drehstromnetz angeschlossen.
Berechnen Sie den Außenleiterstrom sowie die Wirk- und die Blindleistung.

Aufgabe 6.17
Ein Drehstromverbraucher mit drei Widerständen $\underline{Z} = 132\ \Omega \angle 18^\circ$ arbeitet in Dreieckschaltung am 400-V-Drehstromnetz.
Berechnen Sie den Außenleiterstrom sowie die Wirk- und die Blindleistung.

Lösung 6.1
Mit der Gl. (6.12) berechnen wir den Betrag $Y = I/U = 0{,}443$ mS $= \omega C$ des Leitwerts und damit die Kreisfrequenz $\omega = 942{,}25\ \mathrm{s}^{-1}$. Die gesuchte Frequenz $f = 150$ Hz erhält man mit der Gl. (3.16).

Lösung 6.2
Grundeintor R: $R = 6{,}173\ \mathrm{k\Omega}$; $X = 0$
Grundeintor L: $R = 0$; $X = 6{,}173\ \mathrm{k\Omega}$
Grundeintor C: $R = 0$; $X = -6{,}173\ \mathrm{k\Omega}$

Lösung 6.3
Wir setzen die Kreisfrequenz $\omega = 2513\ \mathrm{s}^{-1}$ und die komplexe Spannung in die Gl. (6.5) ein:

$$\underline{I} = \mathrm{j}\,\omega C\,\underline{U} = \omega C \cdot 150\ \mathrm{V}\ \underline{/\ 30° + 90°}$$

$$\underline{I} = 565{,}5\ \mathrm{mA}\ \underline{/\ 120°}$$

$$I = 565{,}5\ \mathrm{mA}\,;\quad \varphi_i = 120°$$

Lösung 6.4
Für $\omega = 2\,\pi f = 314{,}15\ \mathrm{s}^{-1}$ ergibt die Gl. (6.15):

$$L = 113{,}18\ \mathrm{mH}$$

Lösung 6.5
Mit der Gl. (6.12) ergibt sich: $I = B\,U = 54$ mA

Lösung 6.6
Scheinleistung $S = U\,I = 874$ VA

Mit der Gl. (6.20) berechnen wir den Phasenverschiebungswinkel:

$\varphi = \arccos(P/S) = 29{,}6°$

Blindleistung $Q = S \cdot \sin\varphi = 431{,}6$ var
Scheinwiderstand $Z = U/I = 60{,}53\ \Omega$

Lösung 6.7
Blindwiderstand $X = R \cdot \tan\varphi = 93{,}73\ \Omega$

Scheinwiderstand $Z = R/\cos\varphi = 176{,}9\ \Omega$

Lösung 6.8
$I_C = \omega\ C\,U = 2\,\pi f\ C\,U = 722{,}566$ mA
$I_G = G\,U = 2{,}6$ mA

$$\underline{I} = \underline{I}_G + \underline{I}_C = 2{,}6\ \mathrm{mA}\ \underline{/\ 0°} + 722{,}566\ \mathrm{mA}\ \underline{/\ 90°}$$

$$\underline{I} = 722{,}57\ \mathrm{mA}\ \underline{/\ 89{,}8°}$$

Der Phasenverschiebungswinkel der Spannung gegen den Strom ist $\varphi = -89{,}8°$.

Scheinleistung: $S = U\,I = 166{,}19$ VA

Wirkleistung $P = S \cdot \cos\varphi = 0{,}6$ W

Blindleistung $Q = S \cdot \sin\varphi = -166{,}19$ var

Lösung 6.9
Wir fassen zusammen: $R_{12} = R_1 + R_2$
Damit berechnen wir den Ersatzleitwert der zweipoligen Schaltung:

$$\underline{Y}_\mathrm{e} = \frac{1}{R_{12} + \mathrm{j}\omega L} + \mathrm{j}\,\omega C = \frac{R_{12} - \mathrm{j}\,\omega L}{R_{12}^2 + (\omega L)^2} + \mathrm{j}\,\omega C$$

Bei Resonanz ist der Ersatzleitwert reell:

$$\text{Resonanz:}\quad \omega C - \frac{\omega L}{R_{12}^2 + (\omega L)^2} = 0$$

$R_{12} = 211{,}64\ \Omega$; $R_1 = 196{,}64\ \Omega$;

$Y_\mathrm{e} = 2{,}368$ mS ; $Z_\mathrm{e} = 422{,}2\ \Omega$

Lösung 6.10
1) Der komplexe Leitwert der Lautsprecherbox ist:

$$\underline{Y}_\mathrm{L} = \frac{1}{R + \mathrm{j}\,\omega L} + \frac{1}{R - \mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{2R + \mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}{\left(R + \mathrm{j}\,\omega L\right)\cdot\left(R - \mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}\right)}$$

Wir multiplizieren im Nenner aus:

$$\underline{Y}_\mathrm{L} = \frac{2R + \mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \dfrac{L}{C} + \mathrm{j}\left(\omega L R - \dfrac{R}{\omega C}\right)}$$

Der komplexe Widerstand ist der Kehrwert des komplexen Leitwerts:

$$\underline{Z}_\mathrm{L} = R \cdot \frac{R + \dfrac{L}{CR} + \mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}{2R + \mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}$$

2) Der Imaginärteil des Zählers stimmt mit dem Imaginärteil des Nenners überein. Für den Sonderfall

$$R = \frac{L}{CR}$$

stimmt auch der Realteil des Zählers mit dem Realteil des Nenners überein. Wenn also die Bedingung

$$R^2 = \frac{L}{C}$$

erfüllt ist, dann ist $Z_\mathrm{L} = R$ für sämtliche Frequenzen ein Wirkwiderstand.

Für Anpassung muss $R = R_\mathrm{i} = 4\ \Omega$ gewählt werden.

3) Bei der Übernahmefrequenz müssen die komplexen Widerstände

$$\underline{Z}_1 = R + \mathrm{j}\,\omega L \quad \text{und} \quad \underline{Z}_2 = R - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C}$$

gleiche Beträge haben. Die Quadrate dieser Beträge sind:

$$R^2 + (\omega L)^2 = R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2$$

Damit gilt für die Übernahme-Kreisfrequenz $\omega_\text{ü}$:

$$\omega_\text{ü}^2 = \frac{1}{LC}$$

Mit dieser Gleichung und der Bedingung $R^2 = L/C$ berechnen wir die gesuchten Größen:

$$L = \frac{R}{\omega_\text{ü}} = 1{,}99\ \text{mH}\,; \quad C = \frac{1}{\omega_\text{ü} R} = 124{,}3\ \mu\text{F}$$

Lösung 6.11

Zunächst setzen wir den komplexen Leitwert an:

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + \mathrm{j}\,\omega C + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L} = \frac{1}{R} + \mathrm{j}\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

Wenn der komplexe Widerstand den Winkel $\varphi = 45°$ hat, dann ist der Winkel des Leitwerts $-\varphi = -45°$ und es gilt:

$$\tan(-\varphi) = -1 = \frac{\omega C - \dfrac{1}{\omega L}}{\dfrac{1}{R}}$$

Damit ergibt sich der Widerstand $R = 843{,}5\ \Omega$.

Lösung 6.12

Der Effektivwert I des Stromes ist dann gleich, wenn die Impedanz Z bei geöffnetem und geschlossenem Schalter denselben Wert aufweist:

$$Z_\text{auf} = Z_\text{zu}$$

Zunächst setzen wir den komplexen Widerstand der Schaltung für den geöffneten Schalter an:

$$\underline{Z}_\text{auf} = R_1 - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C} = R_1 - \mathrm{j}\,Z_C\,; \; Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

Mit $Y_C = \omega\, C$ berechnen wir den komplexen Widerstand der Schaltung für den geschlossenen Schalter:

$$\underline{Z}_\text{zu} = R_1 + \frac{1}{G_2 + \mathrm{j}\,Y_C} = R_1 + \frac{G_2 - \mathrm{j}\,Y_C}{G_2^2 + Y_C^2}$$

Nun bilden wir von jedem komplexen Widerstand den Betrag, also die Impedanz, und setzen deren Quadrate einander gleich:

$$R_1^2 + Z_C^2 = \left(R_1 + \frac{G_2}{G_2^2 + Y_C^2}\right)^2 + \left(\frac{Y_C}{G_2^2 + Y_C^2}\right)^2$$

Da R_1^2 herausfällt, handelt es sich um eine lineare Gleichung für R_1 mit der Lösung $R_1 = 2{,}252\ \text{k}\Omega$.

Lösung 6.13

Zunächst setzen wir die Knotengleichung

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$$

in die Maschengleichung ein und erhalten:

$\underline{U} = \mathrm{j}\,\omega L\,(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) + R\,\underline{I}_1$

Dann eliminieren wir den Strom $\underline{I}_2$ dadurch, dass wir die Maschengleichung $R\,\underline{I}_1 = \underline{I}_2/(\mathrm{j}\,\omega C)$ nach $\underline{I}_2$ auflösen und einsetzen:

$\underline{U} = R\,(1 - \omega^2 L C)\,\underline{I}_1 + \mathrm{j}\,\omega L\,\underline{I}_1$

Unter der Bedingung $\omega^2 L C = 1$ ist der Effektivwert I_1 von R unabhängig und es gilt:

$\underline{U} = \mathrm{j}\,\omega L\,\underline{I}_1$

Für 400 Hz und $C = 1\ \mu\mathrm{F}$ ist $L = 158{,}3\ \mathrm{mH}$ erforderlich.

Lösung 6.14
Der Strom $I = (15\ \mathrm{W}) / (125\ \mathrm{V}) = 0{,}12\ \mathrm{A}$ ist in Phase mit der Spannung $U_R = 125\ \mathrm{V}$ und eilt der Spannung U_C um 90° vor. Für die Spannungen gilt:

$$U_R^2 + U_C^2 = U^2$$

Mit $U = 230\ \mathrm{V}$ berechnen wir $U_C = 193\ \mathrm{V}$ und damit die erforderliche Kapazität:

$$C = \frac{I}{\omega U_C} = 1{,}98\ \mu\mathrm{F}$$

Lösung 6.15
Mit dem Leitwert Y_P der Parallelschaltung aus C und R_2 berechnen wir den komplexen Widerstand dieser Parallelschaltung:

$$\underline{Y}_\mathrm{P} = \frac{1}{R_2} + \mathrm{j}\omega C\,; \quad \underline{Z}_\mathrm{P} = \frac{1}{\underline{Y}_\mathrm{P}} = \frac{R_2}{1 + \mathrm{j}\omega C R_2}$$

Der komplexe Widerstand des Ersatzeintors ist:

$$\underline{Z}_\mathrm{e} = R_\mathrm{vor} + R_\mathrm{S} + \mathrm{j}\omega L + \frac{R_2}{1 + \mathrm{j}\omega C R_2}$$

Der Nenner wird reell, wenn wir den Bruch mit dem konjugiert komplexen Nenner erweitern:

$$\underline{Z}_\mathrm{e} = R_\mathrm{vor} + R_\mathrm{S} + \mathrm{j}\omega L + \frac{R_2 - \mathrm{j}\omega C R_2^2}{1 + (\omega C R_2)^2}$$

Der gesamte Widerstand ist bei der Resonanzfrequenz 1 kHz reell, bei der $X_\mathrm{e} = 0$ ist:

$$X_\mathrm{e} = \omega L - \frac{\omega C R_2^2}{1 + (\omega C R_2)^2} = 0$$

Damit berechnen wir den Widerstand $R_2 = 210{,}3\ \Omega$. Der Realteil R_e des komplexen Widerstandes ist:

$$R_\mathrm{e} = R_\mathrm{vor} + R_\mathrm{S} + \frac{R_2}{1 + (\omega C R_2)^2} = 1{,}5\ \mathrm{k}\Omega$$

Damit berechnen wir den gesuchten Widerstand:

$R_\mathrm{vor} = 1{,}324\ \mathrm{k}\Omega$

Lösung 6.16
Mit der Gl. (6.50) berechnen wir die Sternspannung 230,94 V und damit den Sternstrom 1,75 A, der bei Sternschaltung gleich dem Außenleiterstrom ist. Anschließend berechnen wir mit der Scheinleistung $S_\mathrm{str} = 404{,}04\ \mathrm{VA}$ eines Stranges die gesamte Scheinleistung $S = 1212{,}12\ \mathrm{VA}$. Mit $\varphi = 18°$ ergibt sich:

Wirkleistung: $P = S \cdot \cos\varphi = 1152{,}8\ \mathrm{W}$

Blindleistung: $Q = S \cdot \sin\varphi = 374{,}6\ \mathrm{var}$

Lösung 6.17
Mit der Außenleiterspannung 400 V ergibt sich der Dreieckstrom 3,03 A und mit der Gl. (6.63) der Außenleiterstrom 5,249 A. Anschließend berechnen wir mit der Scheinleistung $S_\mathrm{str} = 1212{,}12\ \mathrm{VA}$ eines Stranges die gesamte Scheinleistung $S = 3636{,}36\ \mathrm{VA}$. Mit $\varphi = 18°$ ergibt sich:

Wirkleistung: $P = S \cdot \cos\varphi = 3458{,}4\ \mathrm{W}$

Blindleistung: $Q = S \cdot \sin\varphi = 1123{,}7\ \mathrm{var}$