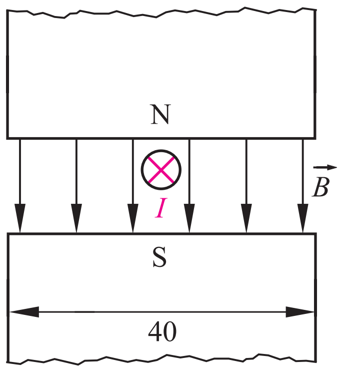
Flegel/Birnstiel/Nerreter, Elektrotechnik für Maschinenbau und Mechatronik
Carl Hanser Verlag München

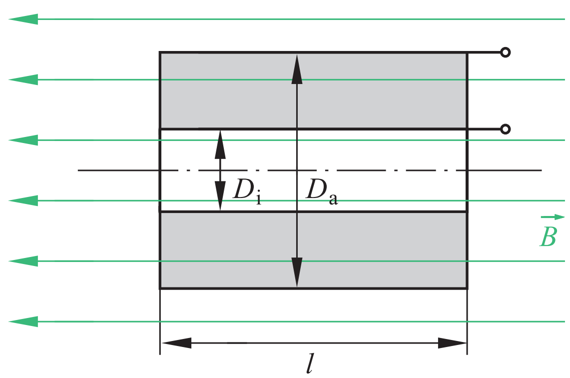
5 Magnetisches Feld

Aufgabe 5.1
Durch das homogene Magnetfeld mit der Flussdichte B = 0,9 T zwischen den Polen eines Gleichstrommagneten mit quadratischer Polfläche läuft ein langer, gerader Leiter, der den Gleichstrom 5 A führt. Berechnen Sie den Betrag der Kraft, die auf den Leiter ausgeübt wird.



Aufgabe 5.2
Mit welcher Kraft ziehen die beiden Polflächen der Anordnung aus der Aufgabe 5.1 einander an?

Aufgabe 5.3
Eine Zylinderspule wird von einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte B durchsetzt, dessen Richtung mit der Richtung der Spulenachse übereinstimmt. Die Wicklung besteht aus 100 Lagen mit je 200 Windungen. Geben Sie den Verkettungsfluss Ψ_m als Funktion der Flussdichte für folgende Abmessungen an: l = 60 mm; D_i = 20 mm; D_a = 80 mm.



⚠ Bei dieser Aufgabe liegt es nahe, die Lösung dadurch zu vereinfachen, dass man den mittleren Durchmesser 50 mm berechnet und die 20000 Windungen mit der zugehörigen Fläche multipliziert. Lassen Sie sich nicht auf diesen Irrweg locken, der zu einer falschen Lösung führt.

Aufgabe 5.4
1) Die Zylinderspule aus der Aufgabe 5.3 liegt zunächst waagrecht in der Süd-Nord-Richtung des Erdmagnetfeldes, die mit einem Kompass bestimmt wurde, und wird dann um 90° in der horizontalen Lage gedreht. Dabei wird das Integral der Spannung zwischen den Klemmen über der Zeit gemessen:

$$\int u \, \mathrm{d}t = -0{,}91 \text{ mV s}$$

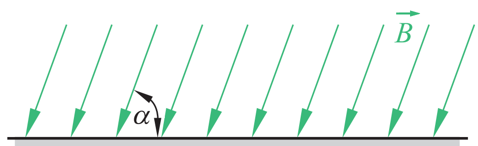
Berechnen Sie die Horizontalkomponente B_H des Erdmagnetfeldes.

2) Die Zylinderspule wird nun so aufgestellt, dass sie von der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes durchsetzt wird, und aus dieser Lage um 90° so gedreht. dass sie nicht mehr vom Erdmagnetfeld durchsetzt wird. Dabei wird gemessen:

$$\int u \, \mathrm{d}t = -2{,}25 \text{ mV s}$$

Berechnen Sie die Vertikalkomponente B_V des Erdmagnetfeldes.

3) Welchen Betrag und welchen Winkel zur Erdoberfläche hat der Flussdichtevektor des Erdmagnetfeldes am Ort der Messung?



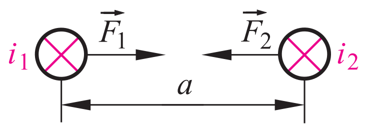
Aufgabe 5.5
Mit welcher Drehzahl müsste die Spule aus der Aufgabe 5.3 im Erdmagnetfeld gedreht werden, damit durch den Induktionsvorgang an ihren Klemmen die Leerlaufspannung mit dem Scheitelwert 1 V entsteht? Die Spule soll zum Zeitpunkt $t = 0$ vom Erdmagnetfeld durchsetzt werden, dessen Flussdichte B in der Aufgabe 5.4 berechnet wurde. Nach einer Vierteldrehung soll die Flussverkettung null sein.

Die durch den Induktionsvorgang entstehende Spannung müsste von einem mitrotierenden Messgerät gemessen werden, das leistungslos misst und seine Messwerte durch Funk an eine ruhende Beobachtungsstation sendet. Schleifringe wären unbrauchbar, da an ihnen ein Spannungsabfall entsteht, der das Messergebnis verfälscht.

Aufgabe 5.6
Ein magnetischer Kreis nach Bild 5.15 hat den geometrischen Eisenquerschnitt $6{,}25 \cdot 10^{-4}$ m^2 und die Eisenweglänge 0,3 m. Der Eisenfüllfaktor $F_{\mathrm{Fe}} = 0{,}92$ berücksichtigt die Querschnittsverringerung durch die isolierende Schicht der Elektrobleche V400-50A. Im Luftspalt mit dem Querschnitt $6{,}25 \cdot 10^{-4}$ m^2 und der Länge 1 mm soll die Flussdichte 0,8 T vorliegen. Die Spule hat 1000 Windungen; der Streufaktor wird zu $\sigma = 0{,}25$ geschätzt. Berechnen Sie den Strom I.

Aufgabe 5.7
Welche Flussdichte hat das Magnetfeld im Luftspalt der Anordnung des Beispiels 5.5 unter der Annahme, dass die Spule einen quadratischen Querschnitt aufweist?

Aufgabe 5.8
In zwei parallelen Leitern der Länge $l = 2$ m fließen Ströme mit dem Scheitelwert 5 kA. Der Abstand der Leiterachsen ist $a = 1$ cm. Mit welcher Kraft ziehen die Leiter einander an?



Lösung 5.1
Mit der Gl. (5.1) berechnen wir für die Leiterlänge $l = 40$ mm im Magnetfeld:

$$F = B \cdot I \cdot l = 0{,}9\ \mathrm{T} \cdot 5\ \mathrm{A} \cdot 0{,}04\ \mathrm{m} = 0{,}18\ \mathrm{N}$$

Lösung 5.2
Mit der magnetischen Feldkonstanten nach Gl. (5.4) berechnen wir gemäß Gl. (5.44) für $A = 1600$ mm^2:

$$F = 515{,}5\ \mathrm{N}$$

Lösung 5.3
Wenn die 200 Windungen einer Lage die Spulenlänge 60 mm ergeben, dann ist der Drahtdurchmesser:

$$d = 60\ \mathrm{mm} / 200 = 0{,}3\ \mathrm{mm}$$

Wir sehen die Mittelachse des Drahtes als Rand der vom Fluss durchsetzten Fläche an und erhalten für eine Windung der innersten Lage die Fläche:

$$A_1 = \pi\,(D_\mathrm{i} + d)^2/4$$

Bei jeder folgenden Lage hat der Durchmesser der Querschnittsfläche einen um $2\,d$ größeren Wert. Mit dem Laufindex $k = 1 \ldots 100$ für die Lagen setzen wir allgemein an:

$$A_k = \pi\,[D_\mathrm{i} + (2k-1) \cdot d]^2/4$$

Mit der Gl. (5.2) ergibt sich der magnetische Fluss einer Lage für die $N_\mathrm{L} = 200$ Windungen jeder Lage:

$$\Phi_k = N_\mathrm{L}\,B\,A_k = \pi\,N_\mathrm{L}\,B\,[D_\mathrm{i} + (2k-1) \cdot d]^2/4$$

Nun setzen wir mit der Gl. (5.21) an:

$$\Psi_\mathrm{m} = \sum_{k=1}^{100} \Phi_k = \frac{\pi\,B\,N_\mathrm{L}}{4} \sum_{k=1}^{100} [D_\mathrm{i} + (2k-1) \cdot d]^2$$

Wir werten dies mit einem MATLAB-Programm aus:

$$\Psi_\mathrm{m} = 44\ \mathrm{m}^2 \cdot B$$

Lösung 5.4
Wir lösen zunächst die Gl. (5.22) nach dem Verkettungsfluss auf:

$$\Psi_{m2} - \Psi_{m1} = \int_{t_1}^{t_2} u \, dt$$

1) Mit $\Psi_{m2} = 0$ und dem gegebenen Wert für das Integral berechnen wir zunächst $\Psi_{m1} = 0{,}91$ mV s. Dies setzen wir in das Ergebnis der Aufgabe 5.3 ein und berechnen damit die horizontale Komponente der Flussdichte des Edmagnetfelds:

$B_H = 20{,}69\ \mu T$

2) Mit $\Psi_{m2} = 0$ und dem gegebenen Wert für das Integral berechnen wir $\Psi_{m1} = 2{,}25$ mV s. Dies setzen wir in das Ergebnis der Aufgabe 5.3 ein und berechnen die vertikale Komponente der Flussdichte:

$B_V = 51{,}16\ \mu T$

3) Der Betrag und der Winkel der Flussdichte sind:

$$B = \sqrt{B_V^2 + B_H^2} = 55{,}18\ \mu T$$

$$\alpha = \arctan \frac{B_V}{B_H} = 68°$$

Lösung 5.5
Wir setzen $\Psi_m = \Psi_{mmax} \cdot \cos \omega t$ in die Gl. (5.20) ein:

$u = \omega\, \Psi_{mmax} \cdot (-\sin \omega t)$

Der Scheitelwert der Spannung ist:

$\hat{u} = \omega\, \Psi_{mmax} = 2\, \pi f\, \Psi_{mmax}$

Nun setzen wir das Ergebnis der Aufgabe 5.3 sowie die Flussdichte 55,16 µT aus dem Ergebnis der Aufgabe 5.4 ein und lösen nach der Frequenz f auf:

$f = 65{,}58\ s^{-1}$

Die gesuchte Drehzahl ist $n = f = 3935\ min^{-1}$.

Lösung 5.6
Zunächst berechnen wir mit der Gl. (5.2) den Luftspaltfluss und mit der Gl. (5.19) den Streufluss:

$\Phi_L = B_L A_L = 0{,}5$ mV s ; $\Phi_\sigma = \sigma\, \Phi_L = 0{,}125$ mV s

Dies ergibt nach Gl. (5.18) den gesamten Fluss:

$\Phi = \Phi_L + \Phi_\sigma = 0{,}625$ mV s

Mit dem Eisenquerschnitt

$A_{Fe} = 0{,}92 \cdot 6{,}25 \cdot 10^{-4}\ m^2 = 5{,}75 \cdot 10^{-4}\ m^2$

berechnen wir die Flussdichte im Eisen und lesen im Bild 5.12, Kurve a die magnetische Feldstärke ab:

$B_{Fe} = \Phi / A_{Fe} = 1{,}09$ T; $H_{Fe} = 180$ A/m

Am Eisenweg fällt die magnetische Spannung ab:

$V_{mFe} = H_{Fe}\, l_{Fe} = 54$ A

Nun berechnen wir mit der Gl. (5.13) die magnetische Feldstärke im Luftspalt und mit der Gl. (5.17) die zugehörige magnetische Spannung:

$H_L = B_L / \mu_0 = 637$ kA/m ; $V_{mL} = H_L\, l_L = 637$ A

Die Durchflutung ist die Summe der magnetischen Spannungen:

$\Theta = N\, I = V_{mFe} + V_{mL} = 691$ A ; $I = 0{,}7$ A

Lösung 5.7
Wir setzen $A = b^2 = 625\ mm^2 = 6{,}25 \cdot 10^{-4}\ m^2$ sowie den Fluss $\Phi_{max} = 0{,}625$ mV s in die Gl. (5.2) ein und berechnen:

$B = 1{,}0$ T

Lösung 5.8
Mit der magnetischen Feldkonstanten nach Gl. (5.4) und $\hat{i}^2 = \hat{i}_1\, \hat{i}_2$ berechnen wir mit der Gl. (5.47) den Betrag der Kraft:

$F = 1$ kN