Flegel/Birnstiel/Nerreter, Elektrotechnik für Maschinenbau und Mechatronik
Carl Hanser Verlag München

3 Zeitabhängige Größen

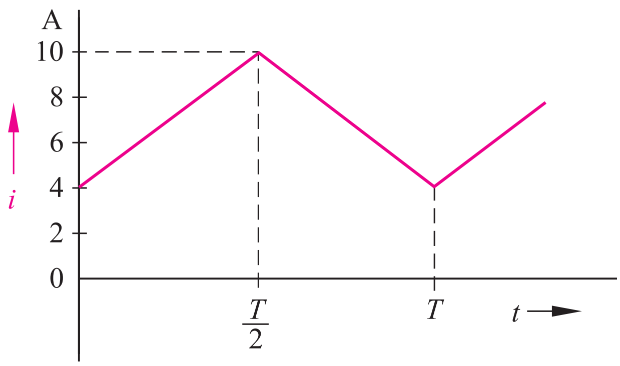
Aufgabe 3.1
Die Frequenz einer Sinusspannung ist 400 Hz. Berechnen Sie die Kreisfrequenz und die Periodendauer.

Aufgabe 3.2
Der periodische Strom nach Bild 3.1 hat den Maximalwert 1,76 A und den Minimalwert –1,91 A. Berechnen Sie den Spitze-Spitze-Wert und den Scheitelwert.

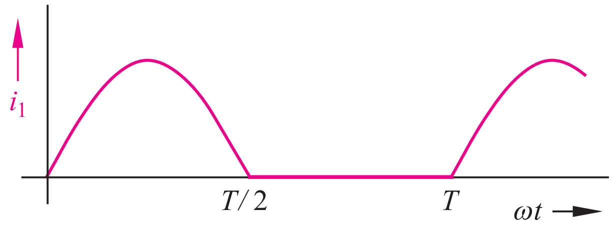
Aufgabe 3.3
Der Effektivwert einer periodischen Spannung wird zu 600 V und der Gleichrichtwert zu 520 V gemessen. Begründen Sie, ob es sich dabei um eine Sinusspannung handeln kann.

Aufgabe 3.4
Berechnen Sie die Differenz $U_1 - U_2$ der Sinusspannungen aus dem Beispiel 3.3.

Aufgabe 3.5
Ein periodischer Strom hat zum Zeitpunkt t = 0 den Augenblickswert i = 4 A und nimmt von da an linear zu, bis er zum Zeitpunkt $T/2$ den Augenblickswert 10 A erreicht; von da an nimmt er linear ab. Welchen Effektivwert hat dieser Strom?



Aufgabe 3.6
Einem Sinusstrom i_1 mit dem Scheitelwert $\hat{i}_1 = 6$ A werden von einer Einpuls-Gleichrichterschaltung die negativen Schwingungsanteile abgeschnitten. Welchen Effektivwert und welchen Gleichrichtwert hat dieser Strom?



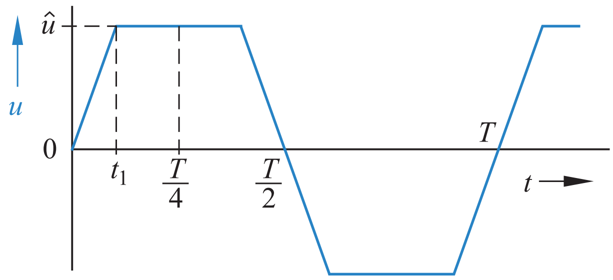
Aufgabe 3.7
In einem Generator werden in sechs Spulen unterschiedlicher Lage, die in Reihe geschaltet sind, folgende Sinusspannungen induziert:

$$\underline{U}_1 = 25\text{ V}\,\underline{/0°}\ ;\ \underline{U}_2 = 25\text{ V}\,\underline{/10°}\ \ \ldots\ \ \underline{U}_6 = 25\text{ V}\,\underline{/50°}$$

Welchen Effektivwert hat die gesamte Spannung der Reihenschaltung?

Aufgabe 3.8
Einem Gleichstrom I_0 = 2 A ist ein Sinusstrom i_1 mit dem Effektivwert I_1 = 2 A überlagert. Welchen Effektivwert hat der Strom $i = I_0 + i_1$?

Aufgabe 3.9
Berechnen Sie allgemein (d. h. mit Formelzeichen) für einen linearen Anstieg mit der Dauer $0 \le t_1 \le T/4$ den Effektivwert der periodischen Spannung. Bei welchem Quotienten t_1/T ist der Scheitelfaktor der Spannung $u(t)$ gleich dem einer Sinusspannung?



Lösung 3.1
Mit der Gl. (3.2) berechnen wir die Periodendauer $T = 2{,}5$ ms und mit der Gl. (3.16) die Kreisfrequenz $\omega = 2\,\pi\,f = 2513{,}27\ \mathrm{s}^{-1}$.

Lösung 3.2
Mit der Gl. (3.3) erhalten wir die Schwingungsbreite (den „Spitze-Spitze-Wert") $i_{pp} = 3{,}67$ A.
Der Scheitelwert ist der größte Betrag: $\hat{i} = 1{,}91$ A

Lösung 3.3
Der Formfaktor $k_f = 1{,}1538$ ist größer als der einer Sinusspannung, also liegt keine Sinusspannung vor.

Lösung 3.4
Die komplexen Spannungen sind im Beispiel 3.3 sowohl in der P-Form als auch in der R-Form genannt:

$$\underline{U}_1 = 12{,}5\ \mathrm{V}\ \underline{/20°} = 11{,}746\ \mathrm{V} + \mathrm{j}\ 4{,}275\ \mathrm{V}$$

$$\underline{U}_2 = 8{,}2\ \mathrm{V}\ \underline{/60°} = 4{,}1\ \mathrm{V} + \mathrm{j}\ 7{,}1\ \mathrm{V}$$

Wir subtrahieren die Real- und die Imaginärteile getrennt und erhalten:

$$\underline{U} = 8{,}152\ \mathrm{V}\underline{/-20{,}3°} = 7{,}646\ \mathrm{V} - \mathrm{j}\ 2{,}826\ \mathrm{V}$$

Lösung 3.5
Zunächst setzen wir die Geradengleichung für die Zeitspanne $0 \le t \le T/2$ an:

$$i = 4\ \mathrm{A} + m\,t$$

Bei $t = T/2$ ist $i = 10$ A; damit berechnen wir die Steigung $m = 12\ \mathrm{A}/T$.

Nun setzen wir die Geradengleichung in die Gl. (3.9) ein. Bei der Berechnung berücksichtigen wir, dass das Integral über den Funktionswert für die Zeitspanne $T/2 \le t \le T$ denselben Wert wie für die Zeitspanne $0 \le t \le T/2$ hat; wir brauchen also nur ein einziges Integral zu berechnen:

$$I = \sqrt{\frac{2}{T}\int_0^{T/2} i^2\,\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{2}{T}\int_0^{T/2} (4\ \mathrm{A} + m\,t)^2\,\mathrm{d}t} = 7{,}211\ \mathrm{A}$$

Lösung 3.6
$0 \le t \le T/2$: Sinusschwingung mit $\hat{i} = 6$ A

$T/2 \le t \le T$: $i = 0$

Der Gleichrichtwert des Stromes ist halb so groß wie bei einer Sinusschwingung:

$$\overline{|i|} = \frac{\hat{i}}{\pi} = 1{,}91\ \mathrm{A}$$

Eine volle Sinusschwingung hätte den Effektivwert:

$$I_{\sin} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T} i^2\,\mathrm{d}t} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = 4{,}24\ \mathrm{A}$$

Beim Strom mit nur einer Halbschwingung pro Periode hat das Integral nur die Hälfte des Wertes der vollen Sinusschwingung und es gilt:

$$I = \frac{I_{\sin}}{\sqrt{2}} = 3{,}0\ \mathrm{A}$$

Lösung 3.7
Die Summe der sechs Spannungen hat den Effektivwert 143,4 V und den Winkel 25°.

Lösung 3.8
Wir setzen den Strom

$$i = I_0 + \hat{i}_1 \cos\omega t$$

in die Gl. (3.9) ein:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^T I_0^2\,\mathrm{d}t + \int_0^T I_0\,\hat{i}_1 \cos\omega t\,\mathrm{d}t + \int_0^T \left(\hat{i}_1 \cos\omega t\right)^2 \mathrm{d}t\right]}$$

Das erste Integral ist:

$$\int_0^T I_0^2\,\mathrm{d}t = I_0^2\,T$$

Das zweite Integral ist:

$$\int_0^T I_0\, \hat{\imath}_1 \cos\omega t \, \mathrm{d}t = 0$$

Das dritte Integral ist:

$$\int_0^T \left(\hat{\imath}_1 \cos\omega t\right)^2 \mathrm{d}t = I_1^2\, T$$

Damit erhalten wir das Ergebnis:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2} = 2{,}83 \text{ A}$$

Lösung 3.9
Geradengleichung: $u = m\,t = (\hat{u}/t_1)\,t$

Mit der Gl. (3.10) ergibt sich:

$$U = \hat{u}\sqrt{\frac{4}{T}\left[\int_0^{t_1}\left(\frac{t}{t_1}\right)^2 \mathrm{d}t + \int_{t_1}^{T/4}\mathrm{d}t\right]} = \hat{u}\sqrt{1 - \frac{8\,t_1}{3\,T}}$$

Im Sonderfall $t_1 = 0$ ist $U = \hat{u}$.

Mit der Gl. (3.11) berechnen wir den Scheitelfaktor $k_s = \sqrt{2}$ der Sinusspannung und setzen an:

$$\sqrt{1 - \frac{8\,t_1}{3\,T}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

Damit berechnen wir den Wert des Quotienten t_1/T, für welchen der Scheitelfaktor der Spannung $u(t)$ gleich dem einer Sinusspannung ist:

$$\frac{t_1}{T} = \frac{3}{16} = 0{,}1875$$