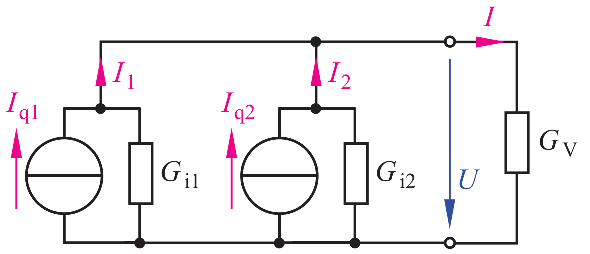
Flegel/Birnstiel/Nerreter, Elektrotechnik für Maschinenbau und Mechatronik
Carl Hanser Verlag München

2 Gleichstrom-Schaltungen

Aufgabe 2.1
Berechnen Sie die Kenngrößen der Ersatzquellen.



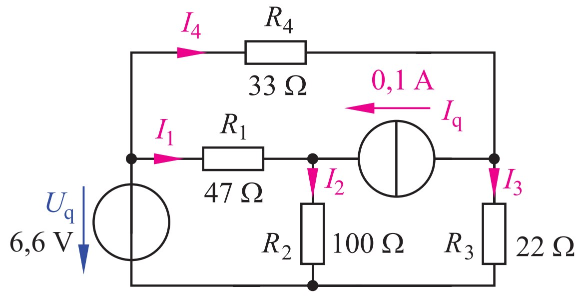
Aufgabe 2.2
Eine Glühlampe mit der Kennlinie nach Bild 1.19 soll mit der Spannung U_L = 7 V an einer idealen Spannungsquelle mit U_q = 12 V betrieben werden. Welcher Vorwiderstand R_{vor} ist erforderlich und für welche Leistung P_{vor} ist er zu dimensionieren? Welche Leistung P_L wird der Lampe zugeführt?

Aufgabe 2.3
Eine Glühlampe mit der Kennlinie nach Bild 1.19 wird an einer linearen Quelle (U_q = 12 V; R_i = 15 Ω) betrieben. Welcher Arbeitspunkt stellt sich ein?

Aufgabe 2.4
Im Jahr 1882 erhielt Oskar von Miller (1855 - 1934), der Gründer des Deutschen Museums, von der Stadt München den Auftrag, im Glaspalast eine Elektrizitätsausstellung durchzuführen. Eine besondere Attraktion war damals die erste Energie-Fernübertragung über die Telegrafenstrecke Miesbach-München (s. Aufgabe 1.3), die Miller mit dem Franzosen Marcel Deprez organisierte.
In Miesbach speiste ein Generator mit der Gleichspannung 2 kV die Leistung 1 kW in die Leitung ein. In München betrieb ein Elektromotor eine Pumpe, die einen Wasserfall in Bewegung hielt.
Welchen Wirkungsgrad hatte die Energieübertragung?

Aufgabe 2.5
Welchen Wirkungsgrad hätte die in den Aufgaben 1.3 und 2.4 beschriebene Energie-Fernübertragung gehabt, wenn eine Zweidrahtleitung aus Elektrolytkupfer mit dem Durchmesser 4 mm zur Verfügung gestanden hätte?

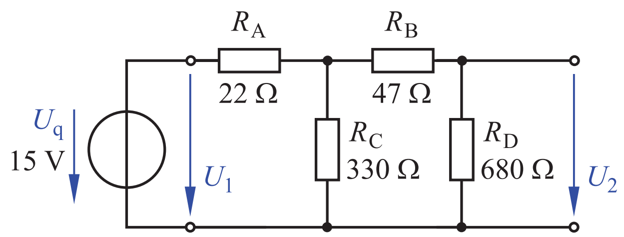
Aufgabe 2.6
Im Beispiel 2.15 haben wir den Strom I_4 = 0,16 A mit Hilfe des Überlagerungssatzes berechnet.



Berechnen Sie den Strom I_1, der durch den Widerstand R_1 = 47 Ω fließt, und den Strom I_2, der durch R_2 = 100 Ω fließt. Welcher Strom I_3 fließt durch den Widerstand R_3?

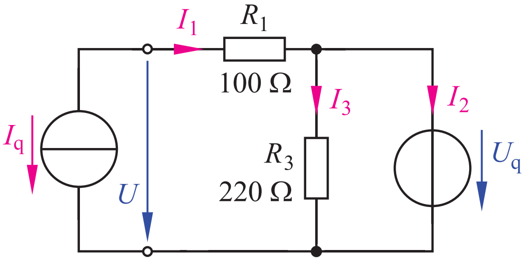
Aufgabe 2.7
Die Reihenschaltung der Widerstände R_1 = 100 Ω und R_2 liegt an der konstanten Spannung U_q = 12 V. Welchen Wert muss der Widerstand R_2 erhalten, damit in ihm die Leistung 0,3 W umgesetzt wird? Die Leistung in R_1 soll so klein wie möglich sein.

Aufgabe 2.8
Geben Sie allgemein (d. h. mit Formelzeichen) die Ersatzspannungsquelle der Schaltung an und berechnen Sie U_{qe} und R_{ie} für die gegebenen Werte.



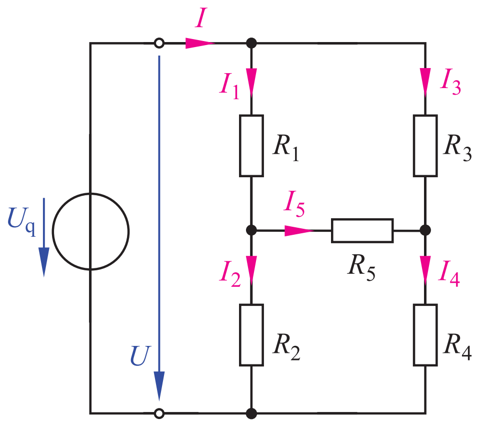
Aufgabe 2.9

Berechnen Sie die Ströme I_1, I_2 und I_3 für $I_q = 0{,}15$ A und $U_q = 12$ V. Welchen Wert hat die Spannung U?



Aufgabe 2.10

Die Widerstände $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ kΩ und $R_5 = 100$ Ω sowie die Spannung $U_q = 15$ V an der Brückenschaltung sind gegeben.



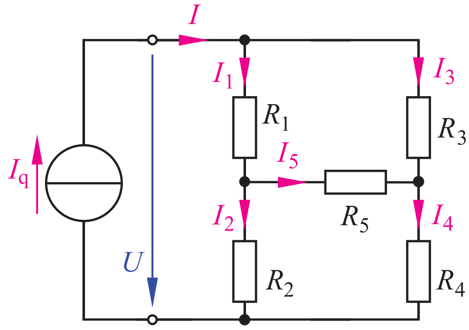
Welchen Wert muss der Widerstand R_4 erhalten, damit im Diagonalzweig der Strom $I_5 = 1$ mA fließt?

Aufgabe 2.11

Für die Schaltung der Aufgabe 2.10 sind die Widerstände $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ kΩ, $R_4 = 680$ Ω und $R_5 = 100$ Ω sowie die Spannung $U_q = 15$ V gegeben. Berechnen Sie den Strom I_5.

Aufgabe 2.12

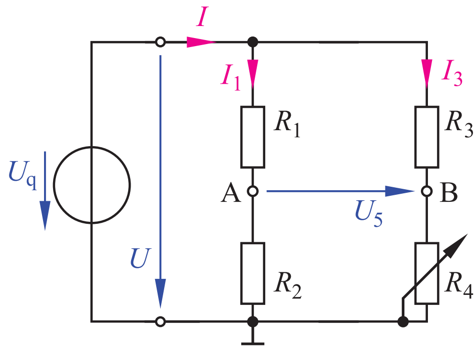
Die Schaltung der Aufgabe 2.11 mit den Widerständen $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ kΩ, $R_4 = 680$ Ω und $R_5 = 100$ Ω wird von einer Stromquelle mit dem Quellenstrom $I_q = 15$ mA gespeist. Berechnen Sie den Strom I_5.



Aufgabe 2.13

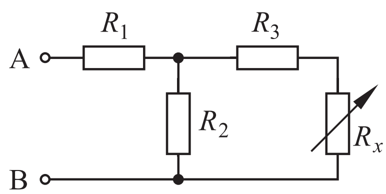
In der Brückenschaltung wird der Widerstand R_4 durch ein Potentiometer 1 kΩ ersetzt, mit dem die Spannung im unbelasteten Zweig mit dem Leitwert $G_5 = 0$ zwischen den Werten $U_5 = -5$ V und $U_5 = +5$ V verändert werden kann.

Gegeben sind die Quellenspannung $U_q = 12$ V sowie $R_1 = 1$ kΩ. Berechnen Sie die Widerstände R_2 und R_3. Ist die Spannung U_5 linear von R_4 abhängig?



Aufgabe 2.14

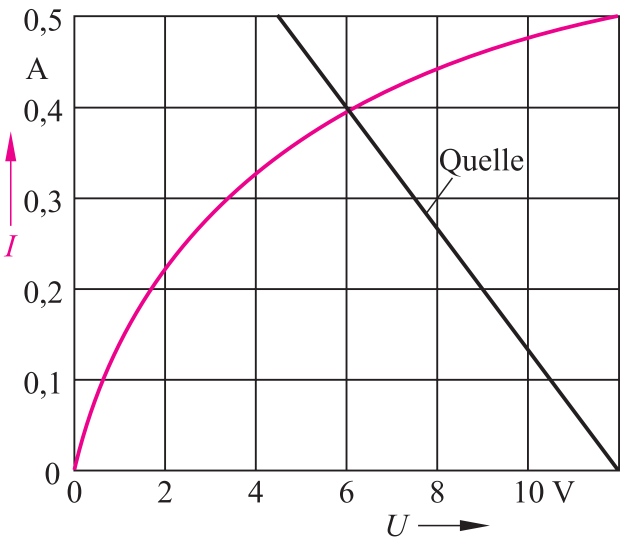
Die Widerstände $R_1 = 1$ kΩ sowie $R_2 = 2$ kΩ und $R_3 = 3$ kΩ sind gegeben. Auf welchen Wert muss der Widerstand R_x eingestellt werden, damit er gleich dem Widerstand R_{AB} zwischen den Klemmen ist?



Lösung 2.1
Wir ersetzen zunächst den Leitwert G_V durch einen Kurzschluss mit dem Widerstand $R_V = 0$, über den der Kurzschlussstrom $I_k = I_{q1} + I_{q2}$ fließt; dieser Strom ist der Quellenstrom $I_{qe} = I_{q1} + I_{q2}$ der Ersatzquelle. Dann entfernen wir den Kurzschluss und ersetzen jede Stromquelle durch eine Unterbrechung; zwischen den Klemmen liegt dann die Parallelschaltung von G_{i1} und G_{i2}, womit der Innenleitwert der Ersatzquelle $G_{ie} = G_{i1} + G_{i2}$ ist.
Der Innenwiderstand der Ersatzspannungsquelle ist $R_{ie} = 1/(G_{i1} + G_{i2})$ und die Quellenspannung der Ersatzspannungsquelle ist $U_{qe} = R_{ie}\, I_{qe}$.

Lösung 2.2
Für die Spannung $U_L = 7$ V lesen wir im Bild 1.19 den Strom $I = I_L = 0{,}42$ A ab, der durch die Reihenschaltung von Lampe und R_{vor} fließt.
Die Leistung der Lampe ist $P_L = U_L\, I_L = 2{,}94$ W.
Am Vorwiderstand fällt die Spannung $U_{vor} = 5$ V ab.
Damit berechnen wir den Widerstand $R_{vor} = U_{vor}/I = 11{,}9\ \Omega$ und die Leistung $P_{vor} = U_{vor} I = 2{,}1$ W des Vorwiderstandes.

Lösung 2.3
Da für die *I*-*U*-Kennlinie im Bild 1.19 keine mathematische Funktion vorliegt, ist lediglich eine grafische Lösung möglich, für welche wir die *I*-*U*-Kennlinie der Quelle in das Bild 1.19 eintragen.



Der Schnittpunkt der beiden Kennlinien ist der Arbeitspunkt, für den wir ablesen:

$U_A = 6{,}05$ V ; $I_A = 395$ mA

Lösung 2.4
Durch die Leitung und den Verbraucher floss der Strom $I = P/U = 0{,}5$ A, der in der Leitung die Verluste $RI^2 = 0{,}75$ kW hervorrief. Dem Verbraucher stand also nur die nutzbare Leistung 0,25 kW zur Verfügung und der Wirkungsgrad betrug 25 %.
Der Versuch, mit dem gezeigt wurde, dass die Übertragung elektrischer Energie über eine größere Entfernung möglich ist, funktionierte nur wenige Tage, da die Isolation der Telegrafenleitung nicht für die Spannung 2 kV ausgelegt war.

Lösung 2.5
Die Leitung mit dem Querschnitt $A = 12{,}57$ mm^2 hätte den Widerstand 162 Ω gehabt, und der Strom 0,5 A hätte die Verluste 40,49 W hervorgerufen, womit der Wirkungsgrad 96 % erreicht worden wäre.
Das Problem bei einer Energieübertragung ist nicht nur der Wirkungsgrad; entscheidend ist vielmehr, ob der Aufwand beim Bau und Betrieb der Leitung in einem vernünftigen Verhältnis zur übertragenen Leistung steht.

Lösung 2.6
Zunächst lösen wir die Knotengleichung $I_4 = I_q + I_3$ nach dem gesuchten Strom auf:

$I_3 = I_4 - I_q = 60$ mA

Die Knotengleichung $I_1 + I_q = I_2$ und die Maschengleichung $R_1\, I_1 + R_2\, I_2 = U_q$ stellen ein lineares Gleichungssystem dar, dessen Lösung die gesuchten Ströme sind:

$I_1 = -23{,}13$ mA

$I_2 = 76{,}87$ mA

Lösung 2.7
Fasst man die beiden Gleichungen $R_2\,I^2 = 0{,}3$ W und $(R_1 + R_2)\,I = 12$ V zusammen und setzt $R_1 = 100\ \Omega$ ein, so erhält man die quadratische Gleichung:

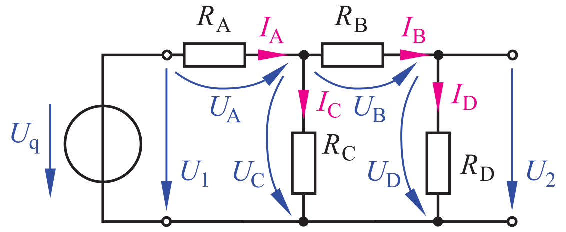
$$R_2^2 - 280\ \Omega \cdot R_2 + (100\ \Omega)^2 = 0$$

Die beiden Lösungen sind:

$R_{2,1} = 238\ \Omega$; $R_{2,2} = 42\ \Omega$

Der größere Widerstand ergibt den kleineren Strom und damit die kleineren Verluste in R_1. Der gesuchte Widerstand ist also $R_2 = 238\ \Omega$.

Lösung 2.8
Zunächst zeichnen wir Bezugspfeile ein.



Mit der Leerlaufspannung U_{20}, die gleich der Ersatzquellenspannung U_{qe} ist, berechnen wir:

$$I_D = G_D\,U_{20} = G_D\,U_{qe};\ \ I_B = I_D;\ \ G_D = 1/R_D$$

$$U_B = I_D\,R_B = G_D\,R_B\,U_{qe}$$

$$U_C = U_B + U_{qe} = (1 + G_D\,R_B)\,U_{qe}$$

$$I_C = G_C\,U_C = G_C\,(1 + G_D\,R_B)\,U_{qe};\ \ G_C = 1/R_C$$

$$I_A = I_C + I_D = (G_D + G_C + G_C\,G_D\,R_B)\,U_{qe}$$

$$U_A = R_A\,I_A = R_A\,(G_D + G_C + G_C\,G_D\,R_B)\,U_{qe}$$

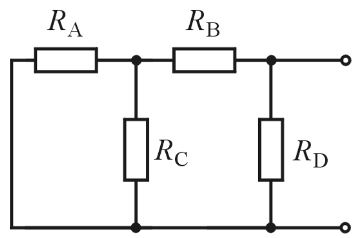
$$U_q = U_A + U_C$$

$$U_q = [1 + G_D\,(R_A + R_B) + R_A\,G_C\,(1 + G_D\,R_B)]\,U_{qe}$$

Damit erhalten wir:

$$U_{qe} = \frac{U_q}{1 + G_D(R_A + R_B) + R_A G_C(1 + G_D R_B)} = 12{,}79\ \text{V}$$

Zur Berechnung des Innenwiderstandes ersetzen wir die Spannungsquelle U_1 durch einen Kurzschluss und berechnen den Widerstand zwischenden Klemmen.



Die Parallelschaltung der Widerstände R_A und R_C liegt in Reihe zum Widerstand R_B. Dieser Widerstand

$$R_{ABC} = R_B + \frac{1}{G_A + G_C}$$

ist dem Widerstand R_D parallel geschaltet. Der Kehrwert des Innenwiderstandes R_{ie} ist der Leitwert G_{ie}:

$$G_{ie} = G_D + \frac{1}{R_B + \dfrac{1}{G_A + G_C}};\ R_{ie} = 61{,}5\ \Omega$$

Lösung 2.9
Die Spannung U_q liegt am Widerstand R_3 und bestimmt den Strom $I_3 = U_q/R_3 = 54{,}545$ mA, der durch diesen Widerstand fließt. Mit $I_1 = -I_q = -150$ mA ergibt die Knotengleichung $I_1 = I_2 + I_3$ den Strom I_2:

$$I_2 = I_1 - I_3 = -204{,}545\ \text{mA}$$

Lösung 2.10
Mit der Knotengleichung $I_1 = I_2 + 1$ mA und der Maschengleichung $I_1\,R_1 + I_2\,R_2 = 15$ V berechnen wir die Ströme $I_1 = 8$ mA; $I_2 = 7$ mA und damit die Spannungen:

$$U_1 = I_1\,R_1 = 8\ \text{V};\ \ U_2 = I_2\,R_2 = 7\ \text{V}$$

Mit $U_5 = I_5\,R_5 = 0{,}1$ V erhalten wir die Spannungen:

$$U_3 = I_3\,R_3 = U_1 + U_5 = 8{,}1\ \text{V}$$

$$U_4 = I_4\,R_4 = U_q - U_3 = 6{,}9\ \text{V}$$

Mit der Spannung U_3 berechnen wir den Strom I_4:

$I_4 = I_3 + I_5 = U_3/R_3 + 1\text{ mA} = 9{,}1\text{ mA}$

Der gesuchte Widerstand ist $R_4 = U_4/I_4 = 758{,}24\ \Omega$.

Lösung 2.11
Mit den Gleichungen des Beispiels 2.13 bestimmen wir die Größen $U_{qe} = 1{,}4286$ V und $R_{ie} = 904{,}76\ \Omega$ der Ersatzquelle. Den gesuchte Strom I_5, der durch den Widerstand R_5 fließt, berechnen wir mit der Maschengleichung für die Ersatzschaltung:

$$I_5 = \frac{U_{qe}}{R_{ie} + R_5} = 1{,}4218\text{ mA}$$

Lösung 2.12
Mit den Gleichungen des Beispiels 2.14 bestimmen wir die Größen $I_{qe} = 1{,}4286$ mA und $G_{ie} = 1{,}095$ mS der Ersatzquelle. Den gesuchte Strom I_5, der durch den Widerstand R_5 fließt, berechnen wir mit der Stromteilerregel für die Ersatzschaltung:

$$I_5 = \frac{I_{qe}\,G_5}{G_{ie} + G_5} = 1{,}2876\text{ mA}$$

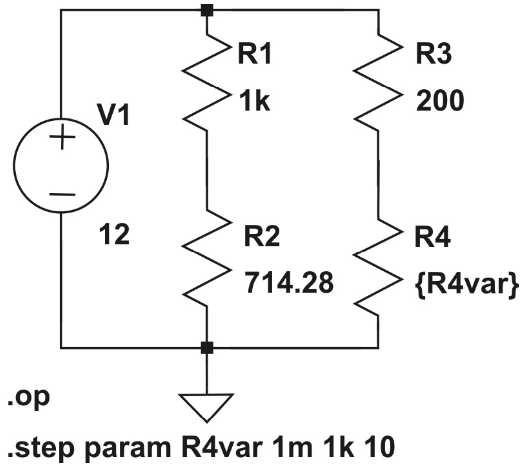
Lösung 2.13
Für $R_4 = 0$ ist $R_2\,I_1 = U_5 = 5$ V. Mit der Spannungsteilerregel setzen wir an:

$$\frac{U_q}{R_1 + R_2} = \frac{U_5}{R_2}$$

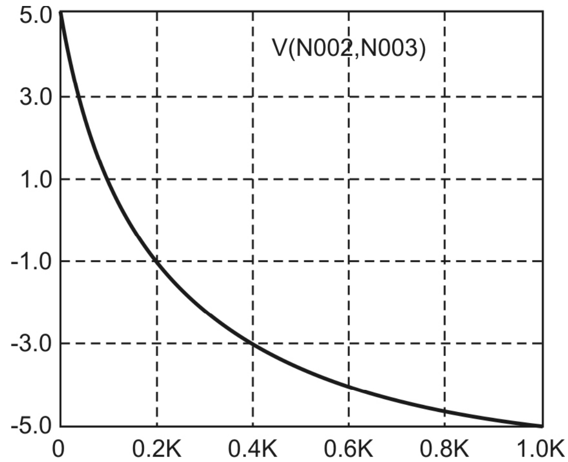
Damit berechnen wir den Widerstand $R_2 = 714{,}28\ \Omega$.
Für $R_4 = 1\text{ k}\Omega$ ist $U_5 = -5$ V. Zunächst berechnen wir für $R_2\,I_1 = 5$ V mit der Maschengleichung

$$R_3\,I_3 - U_5 + R_2\,I_1 - U_q = 0$$

den Spannungsabfall $R_3\,I_3 = 2$ V und bestimmen damit den Spannungsabfall $R_4\,I_3 = 10$ V.
Damit fließt durch die Widerstände R_3 und R_4 der Strom $I_3 = 10\text{ V}/R_4 = 10$ mA und es ergibt sich der Widerstand $R_3 = 2\text{ V}/(10\text{ mA}) = 200\ \Omega$.
Ob die Funktion $U_5 = f(R_4)$ ist linear ist, überprüfen wir zweckmäßig mit LTspice.



Der Widerstand R4 durchläuft den Bereich von 1 mΩ bis 1 kΩ. Nach dem Klick auf Run wählen wir Set Probe Reference bewegen wir die Maus erst auf R4, dann auf R2 und erhalten die gesuchte Kurve.



Lösung 2.14
Der Widerstand R_2 liegt parallel zur Reihenschaltung aus R_2 und R_x; zu dieser Gruppe ist noch der Widerstand R_1 in Reihe geschaltet. Wir setzen an:

$$R_{AB} = R_x = R_1 + \frac{1}{\dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3 + R_x}}$$

Diese nichtlineare Gleichung lässt sich z. B. mit dem Programm MATLAB lösen: $R_x = 2{,}46\text{ k}\Omega$.