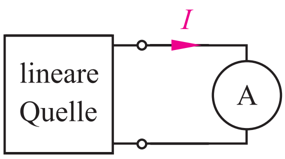
Flegel/Birnstiel/Nerreter, Elektrotechnik für Maschinenbau und Mechatronik
Carl Hanser Verlag München

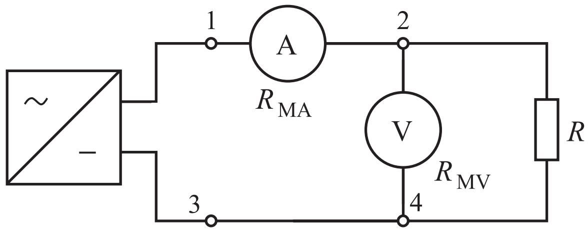
14 Elektrische Messtechnik

Aufgabe 14.1
Der Strom einer linearen Quelle wird mit einem Amperemeter gemessen, das in jedem Messbereich bei Vollausschlag den Spannungsabfall 100 mV hervorruft. Wird das Messgerät in den 10-mA-Bereich geschaltet, so zeigt es den Gleichstrom 7,8 mA an; im 100-mA-Bereich zeigt es 25,6 mA an.



Berechnen Sie den Ersatzquellenstrom I_{qe} und den Ersatzinnenleitwert G_{ie} der linearen Quelle. Ermitteln Sie außerdem die Größen der Ersatzspannungsquelle.

Aufgabe 14.2
Der Widerstand R und der Widerstand R_{MA} des Amperemeters sollen durch Messungen bestimmt werden. Der Widerstand R_{MV} = 100 kΩ des Voltmeters ist bekannt.

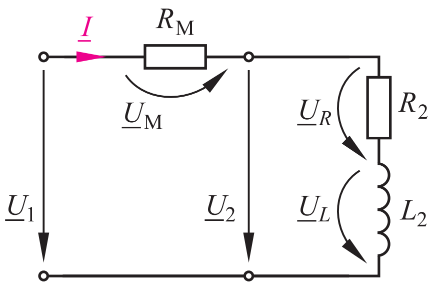


Im ersten Versuch liegt das Voltmeter zwischen den Klemmen 2 und 4. Am Voltmeter werden 9,2 V und am Amperemeter 76 mA abgelesen.

Im zweiten Versuch wird das Voltmeter zwischen die Klemmen 1 und 3 geschaltet. Die Spannung des Netzgerätes wird auf 10,0 V eingestellt; dabei zeigt das Amperemeter 81 mA an.
Berechnen Sie die Widerstände R und R_{MA}.

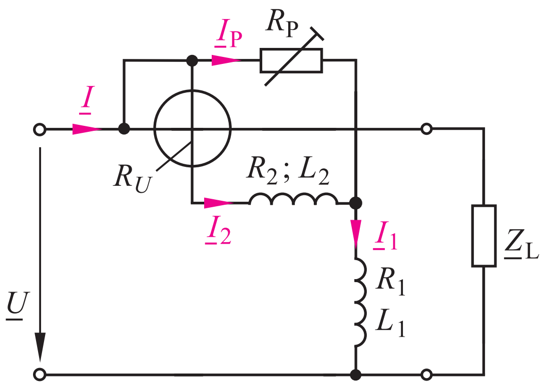
Aufgabe 14.3
Eine Spule, die als Reihenschaltung von zwei Grundeintoren R_2 und L_2 angesehen werden kann, wird in Reihenschaltung mit dem Widerstand R_M = 22 Ω an der Sinusspannung U_1 bei der Frequenz 50 Hz betrieben. Mit einem Voltmeter werden die Effektivwerte U_1 = 12 V; U_M = 6,2 V und U_2 = 7,4 V gemessen. Berechnen Sie die Grundeintore R_2 und L_2.

Da drei Spannungen gemessen werden, spricht man auch vom Dreispannungsmesser-Verfahren. Es ist jedoch zweckmäßig, die drei Spannungen nacheinander mit ein und demselben Messgerät zu messen, das außerdem möglichst hochohmig sein sollte, damit die Schaltung nur geringfügig beeinflusst wird.



Aufgabe 14.4
Mit dem elektrodynamischen Messwerk kann Blindleistung im Einphasennetz gemessen werden, wenn der Strom $\underline{I}_2$, der durch die Spannungsspule mit dem Widerstand R_U fließt, der Spannung $\underline{U}$ um 90° nacheilt. Diese Phasenverschiebung kann z. B. mit der HUMMEL-Schaltung erreicht werden.
Georg Hummel, geb. 1856 in Moosburg in Bayern, gründete 1893 eine Zählerfabrik in München und erhielt 1895 ein Patent auf die Schaltung, die später nach ihm benannt wurde; er starb 1902 in München.

Die in der Schaltung mit R; L bezeichneten Spulen sind jeweils als Reihenschaltung von zwei Grundeintoren R und L aufzufassen.



Welchen Wert muss der Widerstand R_P erhalten, damit der Strom I_2 der Spannung U um 90° nacheilt?

$R_U = 1\ \text{k}\Omega$; $R_1 = 180\ \Omega$; $R_2 = 100\ \Omega$

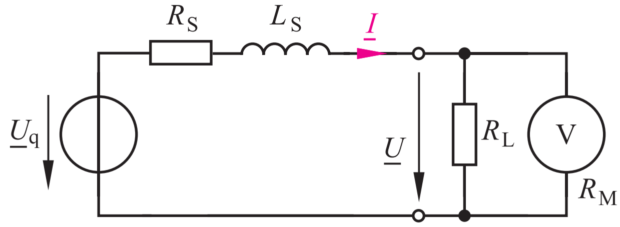
$L_1 = 3{,}2\ \text{H}$; $L_2 = 1{,}6\ \text{H}$; $f = 50\ \text{Hz}$

Aufgabe 14.5
Ein Voltmeter mit der Genauigkeitsklasse 1,5 zeigt die Spannung 200 V an. Der Skalenendwert beträgt 300 V. In welchem Bereich kann der richtige Wert liegen?

Aufgabe 14.6
Ein Strom 200 µA soll mit Hilfe eines Voltmeters gemessen werden, das im Messbereich 0,2 V den Widerstand $R_V = 10\ \text{M}\Omega$ aufweist.
Welcher Nebenwiderstand ist erforderlich? Welchen Gesamtwiderstand hat die Messanordnung?

Aufgabe 14.7
Zur Beurteilung der Wirksamkeit des Schutzes im TN-Netz (s. Kap. 18) muss die Impedanz Z_S der Fehlerschleife bekannt sein. Die Impedanz Z_S ist der Betrag des komplexen Widerstandes $\underline{Z}_S = R_S + \text{j}\,X_S$; dabei ist $X_S = \omega\, L_S$.

Zunächst wird ohne Belastung mit dem hochohmigen Spannungsmesser ($G_M = 0$) die Spannung 230 V gemessen. Dann wird mit $R_{L1} = 10\ \Omega$ die Spannung $U_1 = 223\ \text{V}$ und schließlich wird mit $R_{L2} = 20\ \Omega$ die Spannung $U_2 = 226{,}5\ \text{V}$ gemessen. Berechnen Sie R_S und X_S sowie die Impedanz Z_S.



Aufgabe 14.8
Eine Spule und ein Kondensator, der näherungsweise als Grundeintor C angesehen werden kann, werden in Reihenschaltung an einem Netzgerät mit der konstanten Spannung $U = 10\ \text{V}$ betrieben, dessen Frequenz einstellbar ist. Bei der Frequenz 1,2 kHz wird das Maximum 125 mA des Stromes festgestellt; dabei beträgt die Spannung am Kondensator 16 V.
Berechnen Sie mit diesen Angaben den Widerstand und die Induktivität der Spule sowie die Kapazität des Kondensators.

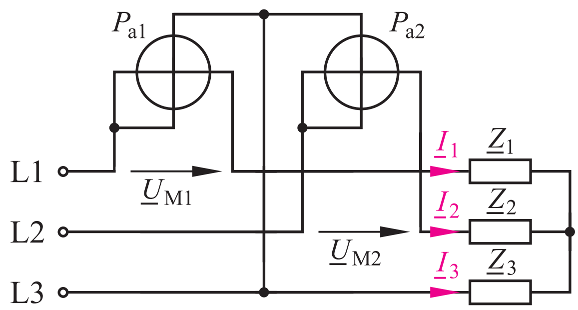
Aufgabe 14.9
An einem 400-V-Dreileiternetz liegen in Sternschaltung die Verbraucherstränge:

$\underline{Z}_1 = 60\ \Omega \angle{-18°}$

$\underline{Z}_2 = 24\ \Omega \angle{50°}$

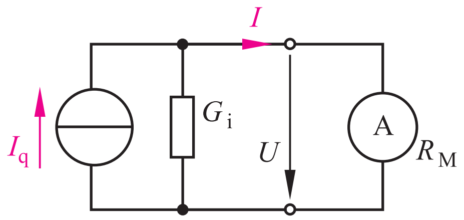
$\underline{Z}_3 = 24\ \Omega \angle{0°}$

Berechnen Sie die Strangströme und die gesamte Wirkleistung der Verbrauchergruppe für $U_{M1} = 0$ und $U_{M2} = 0$. Was zeigen die Leistungsmesser der Aron-Schaltung an?



Lösung 14.1

Für die lineare Quelle verwenden wir die Ersatzschaltung nach Bild 1.25b.



Im 10-mA-Bereich hat das Messgerät den Widerstand $R_{M1} = (100\ \text{mV})/(10\ \text{mA}) = 10\ \Omega$.
Im 100-mA-Bereich hat das Messgerät den Widerstand $R_{M2} = 100\ \text{mV}\,/\,(100\ \text{mA}) = 1\ \Omega$.
Wir setzen die Eintorgleichung $U = R_M\, I$ in die Knotengleichung $I_{qe} - G_{ie}\, U - I = 0$ ein:

$$I_{qe} - G_{ie} R_M I = I$$

Nun setzen wir die gegebenen Wertepaare ein:

$$I_{qe} - 0{,}0780\ \text{V} \cdot G_{ie} = 0{,}0078\ \text{A}$$

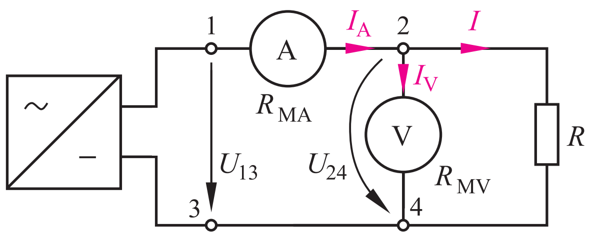
$$I_{qe} - 0{,}0256\ \text{V} \cdot G_{ie} = 0{,}0256\ \text{A}$$

Dieses lineare Gleichungssystem hat die Lösungen $I_{qe} = 34{,}3$ mA und $G_{ie} = 0{,}34$ S. Mit den Gln. (1.30 und 1.31) berechnen wir:

$$U_{qe} = 100{,}96\ \text{mV};\ \ R_{ie} = 2{,}944\ \Omega$$

Lösung 14.2

Wir tragen zunächst Bezugspfeile für die Spannungen und Ströme ein.



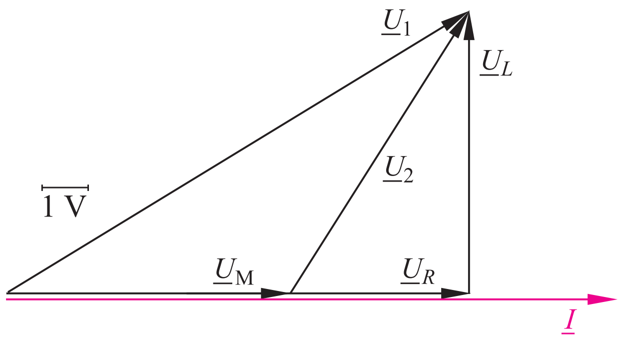
Mit der gemessenen Spannung $U_{24} = 9{,}2$ V berechnen wir den Strom $I_V = U_{24}/R_{MV} = 92\ \mu$A, der durch das Voltmeter fließt. Die Knotengleichung

$$I_A = I + I_V$$

ergibt den Strom $I = I_A - I_V = 75{,}908$ mA, mit dem wir den Widerstand $R = U_{24}/I = 121{,}2\ \Omega$ berechnen. Die Parallelschaltung aus R und R_{MV} hat den Widerstand $R_P = 121{,}05\ \Omega$.
Nun berechnen wir mit $U_{13} = 10$ V und $I_A = 81$ mA den Widerstand $R_{MA} + R_P = U_{13}/I_A = 123{,}45\ \Omega$ und erhalten schließlich den Widerstand $R_{MA} = 2{,}4\ \Omega$ des Amperemeters.

Lösung 14.3

Um einen Überblick zu erhalten, zeichnen wir zunächst ein maßstäbliches Zeigerdiagramm der Sinusgrößen.



Für die Effektivwerte gilt:

$$U_M = R_M\, I;\ \ U_R = R_2\, I;\ \ U_L = \omega L_2\, I$$

Mit dem Hypotenusensatz des PYTHAGORAS setzen wir für die Effektivwerte der Spannungen und Ströme des äußeren Dreiecks an:

$$(R_M + R_2)^2\, I^2 + (\omega L_2)^2\, I^2 = U_1^2$$

$$U_M^2 + 2\, R_M\, R_2\, I^2 + R_2^2\, I^2 + (\omega L_2)^2\, I^2 = U_1^2$$

Für das innere Dreieck gilt entsprechend:

$$R_2^2\, I^2 + (\omega L_2)^2\, I^2 = U_2^2$$

Wir bilden die Differenz der Gleichungen:

$$U_M^2 + 2\, R_M\, R_2\, I^2 = U_1^2 - U_2^2$$

Damit berechnen wir den gesuchten Widerstand:

$$R_2 = R_M \cdot \frac{U_1^2 - U_2^2 - U_M^2}{2\,U_M^2} = 14{,}54\ \Omega$$

Mit $U_2/I = R_M\, U_2/U_M$ ergibt sich schließlich:

$$L_2 = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{\left(\frac{U_2\, R_M}{U_M}\right)^2 - R_2^2} = 69{,}6\ \text{mH}$$

Lösung 14.4
Zur Untersuchung der geforderten Phasenverschiebung benötigen wir eine Gleichung, in welcher die Spannung $\underline{U}$ als Funktion des Stromes $\underline{I}_2$ steht. Um diese Gleichung zu erhalten, setzen wir mit den komplexen Widerständen

$$\underline{Z}_1 = R_1 + \mathrm{j}\omega L_1;\ \underline{Z}_2 = R_U + R_2 + \mathrm{j}\omega L_2$$

die Maschengleichung an:

$$\underline{Z}_2\, \underline{I}_2 + \underline{Z}_1\,(\underline{I}_2 + \underline{I}_P) - \underline{U} = 0$$

Den Strom $\underline{I}_P$ eliminieren wir mit der Maschengleichung

$$\underline{Z}_2\, \underline{I}_2 - R_P\, \underline{I}_P = 0\,,$$

die wir mit $G_P = 1/R_P$ nach I_P auflösen:

$$\underline{I}_P = G_P\, \underline{Z}_2\, \underline{I}_2$$

Dies setzen wir in die erste Maschengleichung ein und erhalten die gesuchte Funktion:

$$\underline{U} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + G_P\, \underline{Z}_1\, \underline{Z}_2)\, \underline{I}_2$$

Der Strom $\underline{I}_2$ ist gegen die Spannung $\underline{U}$ um 90° phasenverschoben, wenn der eingeklammerte Ausdruck imaginär ist; der Realteil dieses Ausdrucks muss also gleich null sein:

$$\mathrm{Re}\{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + G_P\, \underline{Z}_1\, \underline{Z}_2\} = 0$$

Wir setzen die komplexen Widerstände $\underline{Z}_1$ und $\underline{Z}_2$ ein, multiplizieren aus und bilden den Realteil:

$$R_1 + R_U + R_2 + G_P[R_1(R_U + R_2) - \omega^2 L_1 L_2] = 0$$

Nun lösen wir nach G_P auf, bilden den Kehrwert und berechnen:

$$R_P = \frac{\omega^2 L_1 L_2 - R_1(R_U + R_2)}{R_1 + R_U + R_2} = 240{,}1\ \Omega$$

Lösung 14.5
Mit der Gl. (14.4) berechnen wir die Fehlergrenze:

$$G = g\, M_e = 0{,}015 \cdot 300\ \text{V} = 4{,}5\ \text{V}$$

Der abgelesene Wert ist $x_a = 200$ V. Zur Berechnung des Bereiches, in dem der richtige Wert x_r liegt, lösen wir zunächst die erste der Ungleichungen (14.3) nach x_r auf:

$$x_r \le x_a + G = 204{,}5\ \text{V}$$

Anschließend lösen wir die zweite der Ungleichungen (14.3) nach x_r auf:

$$x_a - G = 195{,}5\ \text{V} \le x_r$$

Damit liegt der richtige Wert x_r im Bereich:

$$195{,}5\ \text{V} \le x_r \le 204{,}5\ \text{V}$$

Lösung 14.6
Durch das Messgerät mit $R_M = 10\,\text{M}\Omega$ fließt der Strom $I_M = 0{,}2\ \text{V} / R_M = 0{,}02\ \mu\text{A}$. Durch den Nebenwiderstand an der Spannung 0,2 V fließt der Strom:

$$I_N = 200\ \mu\text{A} - 0{,}02\ \mu\text{A} = 199{,}98\ \mu\text{A}$$

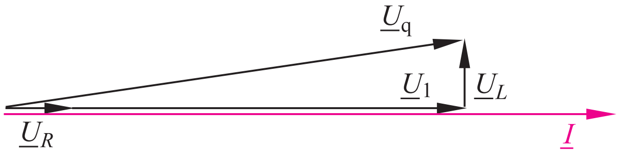
Der Nebenwiderstand

$$R_N = 0{,}2\ \text{V} / I_N = 10{,}001\ \text{k}\Omega$$

und das parallel geschaltete Messgerät haben den Widerstand 10 kΩ.

Lösung 14.7

Um einen Überblick zu gewinnen, zeichnen wir zunächst unmaßstäblich die Zeiger der Spannungen und Ströme.



Für die Effektivwerte setzen wir mit $X_S = \omega L_S$ an:

$$(R_S I_1 + U_1)^2 + (X_S I_1)^2 = U_q^2$$

$$(R_S I_2 + U_2)^2 + (X_S I_2)^2 = U_q^2$$

In diesem nichtlinearen Gleichungssystem sind R_S und X_S die Unbekannten. Wir dividieren die erste Gleichung durch $I_1 = U_1 / R_1 = 22{,}3$ A und die zweite durch $I_2 = U_2 / R_2 = 11{,}325$ A:

$$\frac{(R_S I_1 + U_1)^2}{I_1^2} + X_S^2 = \left(\frac{U_q}{I_1}\right)^2$$

$$\frac{(R_S I_2 + U_2)^2}{I_2^2} + X_S^2 = \left(\frac{U_q}{I_2}\right)^2$$

Wir subtrahieren diese beiden Gleichungen, wodurch X_S herausfällt und eine nichtlineare Gleichung für R_S entsteht:

$$\frac{(R_S I_1 + U_1)^2}{I_1^2} - \frac{(R_S I_2 + U_2)^2}{I_2^2} = \left(\frac{U_q}{I_1}\right)^2 - \left(\frac{U_q}{I_2}\right)^2$$

Die Lösung $R_S = 0{,}304\ \Omega$ setzen wir in die erste Gleichung ein und berechnen $X_S = 0{,}451\ \Omega$. Die gesuchte Impedanz ist:

$$Z_S = \sqrt{R_S^2 + X_S^2} = 0{,}544\ \Omega$$

Lösung 14.8

Resonanz: $f_r = 1{,}2$ kHz ; $\omega_r = 7540\ \text{s}^{-1}$

$$R = U / I_{max} = 80\ \Omega$$

$$L = \frac{U_L}{\omega I_{max}} = 16{,}98\ \text{mH}$$

$$C = \frac{I_{max}}{\omega U_C} = 1{,}036\ \mu\text{F}$$

Lösung 14.9

Für die Lösung benötigen wir die Außenleiterspannungen, die wir gemäß Bild 6.15 ansetzen:

$$\underline{U}_{12} = 400\ \text{V} \angle 30°$$

$$\underline{U}_{23} = 400\ \text{V} \angle -90°$$

$$\underline{U}_{31} = 400\ \text{V} \angle 150°$$

Die Spannung $\underline{U}_{13}$ ist gegen $\underline{U}_{31}$ um 180° verschoben:

$$\underline{U}_{13} = -\underline{U}_{31} = 400\ \text{V} \angle -30°$$

Nun setzen wir zwei Maschengleichungen und eine Knotengleichung an:

$$\underline{U}_{12} = 400\ \text{V} \angle 30° = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - \underline{Z}_2 \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_{23} = 400\ \text{V} \angle -90° = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 - \underline{Z}_3 \underline{I}_3$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$

Die Lösungen dieses Gleichungssystems sind die Strangströme:

$$\underline{I}_1 = 6{,}257\ \text{A} \angle 10{,}6°$$

$$\underline{I}_2 = 10{,}4\ \text{A} \angle -134°$$

$$\underline{I}_3 = 6{,}415\ \text{A} \angle 80{,}3°$$

Die Leistungsmesser zeigen folgende Leistungen an:

$$P_{a1} = \text{Re}\,\{\underline{U}_{13}\underline{I}_1^*\} = 1899{,}9\ \text{W}$$

$$P_{a2} = \text{Re}\,\{\underline{U}_{23}\underline{I}_2^*\} = 2990{,}3\ \text{W}$$

Die gesamte Wirkleistung ist:

$$P = P_{a1} + P_{a2} = 4890{,}2\ \text{W}$$