

Flegel/Birnstiel/Nerreter, Elektrotechnik für Maschinenbau und Mechatronik

Carl Hanser Verlag München

1 Grundbegriffe

Aufgabe 1.1

An welcher höchsten Spannung darf ein Widerstand 1 k Ω betrieben werden, wenn die Leistung 1 W nicht überschritten werden soll?

Aufgabe 1.2

Ein Kupferdraht mit dem Querschnitt 10 mm² soll durch einen Aluminiumdraht mit gleichem Widerstand ersetzt werden. Welchen Querschnitt muss dieser Draht erhalten?

Aufgabe 1.3

Die historische Gleichstrom-Übertragung von Miesbach nach München (s. Aufgabe 2.4) erfolgte über eine Telegrafenableitung mit dem Widerstand 3 k Ω . Die Länge der Leitung betrug 57 km. Die Leitfähigkeit des Metalldrahtes wollen wir grob auf 50 S m/mm² schätzen (es gab damals noch kein Elektrolytkupfer). Leider wird nicht berichtet, ob die Telegrafenableitung eine Eindrahtleitung (mit Erdrückleitung) oder eine Zweidrahtleitung war. Berechnen Sie für beide Fälle den Querschnitt der Leitung und nehmen Sie die Erdrückleitung näherungsweise als widerstandslos an.

Aufgabe 1.4

Welchen Spannungsfall je km Leitungslänge weist eine Aluminiumleitung auf, die bei der Stromdichte $J = 1,2$ A/mm² betrieben wird?

Aufgabe 1.5

Welchen Widerstand hat ein 10 cm langer Zylinder aus Chromnickel Ni80Cr20 mit Kreisquerschnitt (Durchmesser 7 mm) zwischen den beiden Kreisflächen?

Aufgabe 1.6

Um welchen Faktor ist der Widerstand eines Kupferdrahtes bei 70 °C höher als bei 20 °C?

Aufgabe 1.7

Mit einem Draht aus einem unbekannten Widerstandsmaterial werden drei Versuche durchgeführt:

1. Bei der Temperatur 20 °C des Drahtes wird der Widerstand $R_{20} = 160$ Ω gemessen.
 2. Bei der Temperatur 80 °C des Drahtes wird der Widerstand $R_{80} = 195,4$ Ω gemessen.
 3. Bei der Temperatur 150 °C des Drahtes wird der Widerstand $R_{150} = 238,3$ Ω gemessen.
- Berechnen Sie die Temperaturkoeffizienten α_{20} und β_{20} des Drahtmaterials.

Aufgabe 1.8

Ein Widerstandsthermometer Pt 100 enthält eine Platinwendel, die bei der Bezugstemperatur 0 °C den Widerstand 100 Ω hat. Nach DIN IEC 751 sind die Temperaturkoeffizienten $\alpha_0 = 3,90802 \cdot 10^{-3}$ K⁻¹ und $\beta_0 = -0,580195 \cdot 10^{-6}$ K⁻² für den Temperaturbereich 0 ... 850 °C festgelegt. Bei welcher Temperatur hat die Wendel den Widerstand 322,6 Ω ?

Aufgabe 1.9

In der Aufgabe 1.8 sind die Temperaturkoeffizienten α_0 und β_0 von Platin angegeben. Berechnen Sie die Temperaturkoeffizienten α_{20} und β_{20} dieses Leitermaterials.

Aufgabe 1.10

Von einer linearen Quelle mit der Kennlinie nach Bild 1.24 ist bekannt, dass sie bei $U = 2$ V den Strom $I = 2,2$ A und bei $U = 4$ V den Strom $I = 1,6$ A führt. Berechnen Sie die Leerlaufspannung, den Kurzschlussstrom und den Innenwiderstand.

Aufgabe 1.11

Der NiCd-Akkumulator aus dem Beispiel 1.14 soll mit der Stromstärke 1 A geladen werden. Welche Spannung muss dabei an den Klemmen liegen?

Aufgabe 1.12

Das Leiterseil einer Hochspannungsleitung besteht aus 26 Aluminiumdrähten, von denen jeder den Querschnitt 9,23 mm² hat. Welchen Widerstand hat 1 km dieses Leiterseils bei der Temperatur 60 °C?

Lösung 1.1

Die Gl. (1.19) wird nach der Spannung aufgelöst:

$$U_{\max} = \sqrt{P R} = 31,62 \text{ V}$$

Lösung 1.2

Die Leitungen haben die gleiche Länge l und es ist $R_{\text{Al}} = R_{\text{Cu}}$. Die Gl. (1.26) ergibt:

$$\gamma_{\text{Al}} A_{\text{Al}} = \gamma_{\text{Cu}} A_{\text{Cu}}$$

Mit den Werten aus der Tab. (1.2) wird berechnet:

$$A_{\text{Al}} = \gamma_{\text{Cu}} A_{\text{Cu}} / \gamma_{\text{Al}} = 16 \text{ mm}^2$$

Lösung 1.3

Für die Eindrahtleitung setzen wir $l = 57 \text{ km}$ an:

$$A = \frac{l}{\gamma R} = 0,38 \text{ mm}^2$$

Entsprechend berechnen wir den Querschnitt der Zweidrahtleitung:

$$A = \frac{2l}{\gamma R} = 0,76 \text{ mm}^2$$

Lösung 1.4

Wir setzen die Gl. (1.22) in die Gl. (1.26) ein und berechnen mit $\gamma = 35 \text{ S m/mm}^2$ (Tab. 1.2) für $l = 1 \text{ km}$:

$$U = \frac{l J}{\gamma} = 34,3 \text{ V}$$

Lösung 1.5

Mit der Länge $l = 0,1 \text{ m}$ und der Querschnittsfläche $A = 38,485 \text{ mm}^2$ sowie $\gamma = 0,91 \text{ S m/mm}^2$ (Tab. 1.2) ergibt die Gl. (1.26):

$$R = 2,855 \text{ m}\Omega$$

Lösung 1.6

Mit der Gl. (1.35) berechnen wir für die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta = \vartheta - 20^\circ\text{C} = 50 \text{ K}$:

$$\frac{R_{\vartheta}}{R_{20}} = 1 + \alpha_{20} \Delta\vartheta + \beta_{20} \Delta\vartheta^2 = 1,1975 \approx 1,2$$

Lösung 1.7

Für die 2. Messung setzen wir gemäß Gl. (1.27) mit $\Delta\vartheta = \vartheta - 20^\circ\text{C} = 60 \text{ K}$ an:

$$\frac{R_{\vartheta}}{R_{20}} - 1 = \alpha_{20} \Delta\vartheta + \beta_{20} \Delta\vartheta^2 = 0,22125$$

Für die 3. Messung setzen wir mit $\Delta\vartheta = \vartheta - 20^\circ\text{C} = 130 \text{ K}$ an:

$$\frac{R_{\vartheta}}{R_{20}} - 1 = \alpha_{20} \Delta\vartheta + \beta_{20} \Delta\vartheta^2 = 0,4894$$

Das lineare Gleichungssystem

$$\alpha_{20} \cdot 60 \text{ K} + \beta_{20} \cdot (60 \text{ K})^2 = 0,22125$$

$$\alpha_{20} \cdot 130 \text{ K} + \beta_{20} \cdot (130 \text{ K})^2 = 0,4894$$

hat die Lösungen:

$$\alpha_{20} = 3,62 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}; \beta_{20} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2}$$

Lösung 1.8

$$R_{\vartheta} = 322,6 \Omega = 1 + \alpha_0 \vartheta + \beta_0 \vartheta^2; \vartheta = 628,18^\circ\text{C}$$

Lösung 1.9

Zunächst berechnen wir für $R_0 = 1 \Omega$ die Widerstände R_{ϑ} für die Temperaturen 20°C , 80°C und 150°C mit der Gl. (1.28) und erhalten:

$$R_{20} = 1,078 \Omega; R_{80} = 1,309 \Omega; R_{150} = 1,573 \Omega$$

Damit setzen wir wie in der Aufgabe 1.7 ein lineares Gleichungssystem an:

$$\alpha_{20} \cdot 60 \text{ K} + \beta_{20} \cdot (60 \text{ K})^2 = 0,2143$$

$$\alpha_{20} \cdot 130 \text{ K} + \beta_{20} \cdot (130 \text{ K})^2 = 0,4594$$

Dieses Gleichungssystem hat die Lösungen:

$$\alpha_{20} = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}; \beta_{20} = -0,54 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2}$$

Lösung 1.10

Für die I - U -Kennlinie (Bild 1.24) der linearen Quelle setzen wir an:

$$I = I_k + m U$$

Zunächst berechnen wir die beiden Unbekannten I_k und m . Dazu setzen wir die beiden Wertepaare

$$U_1 = 2 \text{ V} ; I_1 = 2,2 \text{ A}$$

$$U_2 = 4 \text{ V} ; I_2 = 1,6 \text{ A}$$

in die Gleichung für die I - U -Kennlinie der linearen Quelle ein und erhalten ein lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen:

$$I_k + 2 \text{ V} \cdot m = 2,2 \text{ A}$$

$$I_k + 4 \text{ V} \cdot m = 1,6 \text{ A}$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems sind der Kurzschlussstrom $I_k = 2,8 \text{ A}$ und die Steigung $m = -0,3 \text{ S}$.

Bei der Leerlaufspannung U_0 hat der Strom den Wert $I = 0$. Dies setzen wir in die Gleichung für die I - U -Kennlinie der linearen Quelle ein:

$$I_k + m U_0 = 0$$

Mit den bereits berechneten Werten für I_k und m berechnen wir die Leerlaufspannung:

$$U_0 = 9,33 \text{ V}$$

Abschließend berechnen wir mit der Gl. (1.31) den Innenleitwert $G_i = I_k / U_0 = 0,3 \text{ S}$, dessen Kehrwert der gesuchte Innenwiderstand ist:

$$R_i = 3,33 \Omega$$

Lösung 1.11

Aus dem Beispiel 1.14 sind die Leerlaufspannung $U_0 = 6 \text{ V}$ und der Kurzschlussstrom $I_k = 30 \text{ A}$ bekannt.

Wie in der Lösung der Aufgabe 1.10 setzen wir für die lineare I - U -Kennlinie nach Bild 1.22 an:

$$I = I_k + m U$$

Zunächst berechnen wir die Steigung der Geraden:

$$m = -I_k / U_0 = -5 \text{ S}$$

Wird der Akkumulator geladen, so ist nach Bild 1.10 der Strom negativ. Wir setzen an:

$$I = -1 \text{ A}$$

Dies setzen wir mit $I_k = 30 \text{ A}$ und $m = -5 \text{ S}$ in die Gleichung für die I - U -Kennlinie der linearen Quelle ein und berechnen damit die Spannung:

$$U = (I - I_k) / m = 6,2 \text{ V}$$

Bei dieser Spannung $U = 6,2 \text{ V}$ ist $P = UI > 0$ und der Akkumulator arbeitet als Verbraucher, d. h. er wird geladen.

Lösung 1.12

Die 26 Drähte haben zusammen den Querschnitt $A = 240 \text{ mm}^2$. Der Tab. 1.2 entnehmen wir die Leitfähigkeit:

$$\gamma_{20} = 35 \text{ S m / mm}^2$$

Dies setzen wir mit der Länge $l = 1000 \text{ m}$ in die Gl. (1.26) ein und berechnen den Widerstand für die Temperatur 20°C :

$$R_{20} = \frac{1000 \text{ m} \cdot \text{mm}^2}{240 \text{ mm}^2 \cdot 35 \text{ S m}} = 119 \text{ m}\Omega$$

Mit $\Delta\vartheta = \vartheta - 20^\circ\text{C} = 40 \text{ K}$ und den Werten für die Temperaturkoeffizienten α_{20} und β_{20} aus der Tab. 1.2 erhalten wir mit der Gl. (1.27):

$$R_{60} = R_{20} (1 + \alpha_{20} \Delta\vartheta + \beta_{20} \Delta\vartheta^2) = 137,26 \text{ m}\Omega$$